

مرحله اول المپیاد ریاضی پایه نهم

جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی

تعداد سوال: ۳۰

نام و نام خانوادگی داوطلب:

مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

شماره داوطلبی:

تاریخ برگزاری: ۱۳۹۶/۱۱/۳۰

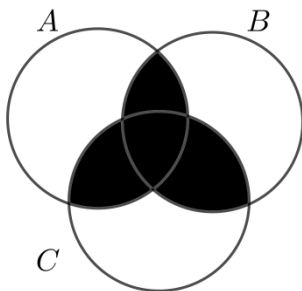
ساعت شروع: ۸ صبح

آزمون دارای نمره منفی می باشد.

۱- به متن زیر توجه کنید:

«سه نفر از دانش آموزان یک کلاس ۳۰ نفره، باید با اعداد اول یک رقمی، ۴ تا از کلاس های یک مدرسه ۱۰ کلاس را نام گذاری کنند»

در متن فوق چند تا از عبارت هایی که زیر آن ها خط کشیده شده است، یک مجموعه را مشخص می کند؟
(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه



۲- نمودار مقابل کدام یک از مجموعه های زیر را نشان می دهد؟

- (۱) $((B \cup C) - A) - (B \cap C)$
(۲) $(A - (B \cup C)) \cap (B \cap C)$
(۳) $((B \cup C) \cap A) \cup (B \cap C)$
(۴) $((A \cup C) \cap B) \cup (B \cap C)$

۳- جرم یک الکترون تقریباً $9/1 \times 10^{-25}$ گرم است. می دانیم هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است. تعداد تقریبی الکترون های جسمی به

جرم ۸۱۹ تن عددی است بین.....

- (۱) $9/5 \times 10^{32}$ و $8/5 \times 10^{32}$
(۲) $9/5 \times 10^{33}$ و $8/5 \times 10^{33}$
(۳) $9/5 \times 10^{34}$ و $8/5 \times 10^{34}$
(۴) $9/5 \times 10^{35}$ و $8/5 \times 10^{35}$

۴- اگر $x < 0$ و $y < 0$ ، آنگاه حاصل عبارت $\sqrt{x^2} - \sqrt[3]{y^3}$ کدام گزینه است؟

- (۱) $x - y$ (۲) $-x + y$ (۳) $x + y$ (۴) $-x - y$

۵- چند تا از تساوی های زیر درست است؟

- $Q' - Q = \emptyset$
- $Z - Q = \emptyset$
- $N - Q' = \emptyset$

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۶- چهار سکه را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال تعداد دفعاتی که «رو» ظاهر می شود، یک عدد زوج است؟

- (۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{6}{16}$ (۳) $\frac{7}{16}$ (۴) $\frac{8}{16}$

۷- برای کدام گزینه نمی توان مثال نقض پیدا کرد؟

- (۱) محل برخورد ارتفاع های هر مثلث یا داخل آن و یا خارج آن مثلث است
- (۲) چندضلعی که همه زاویه های آن با هم برابر باشند، منتظم است
- (۳) هر زاویه خارجی مثلث از هر زاویه داخلی غیرمجاورش، بزرگ تر است
- (۴) در هر مثلث، هر ارتفاع از دو ضلعی که بر آن ها عمود نیست، کوچک تر است

۸- کدام یک از اعداد زیر بین $\frac{\sqrt{2}}{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ قرار ندارد؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (۳) $\frac{5}{12}$
- (۴) $\frac{3}{4}$

۹- اگر A و B دو پیشامد تصادفی باشند و S مجموعه همه حالت های ممکن و $n(B - A) = n(B \cap S) = 7$ و $n(A) = 14$ و $P(A \cup B) = 1$ ، احتمال رخ دادن پیشامد B برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

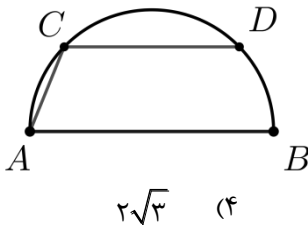
۱۰- حاصل عبارت $\sqrt{7} - \sqrt{16} / 16$ برابر است با:

- (۱) $\sqrt{31} / 3$
- (۲) $\sqrt{38} / 3$
- (۳) $\sqrt{11} / 1$
- (۴) $\sqrt{39} / 3$

۱۱- در کدام گزینه، دو چهارضلعی داده شده همواره با هم متشابه اند؟

- (۱) دو متوازی الاضلاع که یک زاویه مساوی دارند
- (۲) دو دوزنقه متساوی الساقین که دو زاویه مساوی دارند
- (۳) دو لوزی که محل برخورد قطرهایشان بر هم منطبق است
- (۴) دو مستطیل که نسبت طول به عرض هر کدام با دیگری برابر است

۱۲- در نیم دایره ای به قطر $AB = 10$ ، وتر $CD = 6$ موازی با AB رسم شده است. طول AC کدام گزینه است؟



- (۱) $2\sqrt{5}$
- (۲) $5\sqrt{2}$
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{3}$

۱۳- چند رقم مختلف به جای b می توان قرار داد تا رابطه مقابل درست باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) یک
- (۳) دو
- (۴) سه

۱۴- مجموعه $A = \{2x - 2 \mid x \in \mathbb{Z}, -25 \leq x^2 < 5\}$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $\{-6, -4, -2, 0, 2\}$
- (۲) $\{-2, 0, 2, 4, 6\}$
- (۳) $\{2x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 1\}$
- (۴) $\{2x - 2 \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x < 4\}$

۱۵- تعداد اعضای کدام یک از مجموعه های زیر از بقیه بیشتر است؟

- (۱) $\{(-1)^n + (-1)^m \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$
- (۲) $\{a \mid a \in \mathbb{N}, \sqrt{2} < a < \sqrt{4}\}$
- (۳) $\{(-1)^n + 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (۴) $\{a \mid a \in \mathbb{Z}, -\sqrt{2} < a < \frac{2\sqrt{\pi^2}}{3}\}$

۱۶- کدام گزینه درست است؟

- (۱) $(0/2)^{-4} < 25^2$
 (۲) $(-5^{-2})^{-1} < 0$
 (۳) $(0/987)^{-2} < (0/5)^{-2}$
 (۴) $3^{-1} < 3^{-10}$

۱۷- حاصل عبارت $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}}{\left(-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^{-1}}$ به صورت توان دار، کدام گزینه است؟

- (۱) $\left(-\frac{27}{2}\right)^5$ (۲) $\left(\frac{2}{27}\right)^{-5}$ (۳) $\left(\frac{2}{27}\right)^5$ (۴) $\left(-\frac{27}{2}\right)^{-5}$

۱۸- حاصل عبارت $\frac{2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2}}{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ ($x > 0$)

- (۱) $\frac{\sqrt{x}}{x}$ (۲) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + x}{x}$
 (۳) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}}{x}$ (۴) $\frac{\sqrt{x}}{3x}$

۱۹- چند جمله ای P دارای دو متغیر x و y است. درجه این چندجمله ای نسبت به متغیرهای x و y برابر با m ، نسبت به متغیر x برابر با a و نسبت به متغیر y برابر با b است. چند تا از رابطه های زیر می تواند درست باشد؟

- $m = a + b$
- $m > a + b$
- $m < a + b$

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۲۰- اگر A و B و C مجموعه های متفاوت ۴ عضوی باشند، کدام گزینه می تواند درست باشد؟

- (۱) $(A \cap B) \cap C = A$ (۲) $(A \cap B) \cup C = B$
 (۳) $(A - B) - C = \emptyset$ (۴) $(A \cup B) - C = \emptyset$

۲۱- اگر $A = m^4 + \frac{1}{9}n^4m^2 + A$ مربع دو جمله ای باشد، A کدام گزینه نیست؟

- (۱) $\frac{1}{324}n^8$ (۲) $\frac{2}{3}n^2m^3$ (۳) $-\frac{2}{3}n^2m^3$ (۴) $\frac{1}{18}n^4$

۲۲- مساحت دوزنقه ای که اندازه قاعده کوچک آن $\sqrt[3]{16}$ و اندازه قاعده بزرگ آن $\sqrt[3]{54}$ و ارتفاع آن $\sqrt[3]{32}$ باشد، کدام گزینه است؟

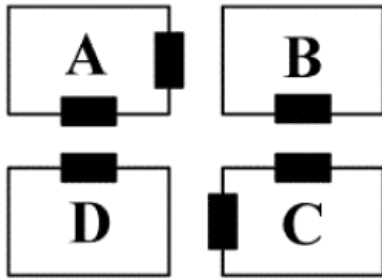
- (۱) ۱۰ (۲) $10\sqrt[3]{2}$ (۳) ۲۰ (۴) $20\sqrt[3]{2}$

۲۳- حاصل عبارت $\sqrt{(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3} + 1)^2} - \sqrt{(-\sqrt{48} + \sqrt{20} + 1)^2}$ برابر است با:

- (۱) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ (۳) $9\sqrt{3} + 5\sqrt{5} - 2$ (۴) $-9\sqrt{3} - 5\sqrt{5} + 2$

۲۴- اگر $|a - b| < |a|$ و $|b| = 5$ و $|a| = 3$ آن گاه حاصل $|a - b| - |a - b| + |-ab| + |a + b|$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۱۹ (۴) -۱۹



۲۵- شکل مقابل، چهار سالن در یک مجموعه ورزشی را نشان می دهد. مطابق شکل دو تا از سالن ها دارای دو درب و دو سالن دیگر، تنها دارای یک درب می باشند.

هر یک از این سالن ها مربوط به یکی از ورزش های کشتی، فوتسال، والیبال و بسکتبال است.

در مورد این چهار سالن اطلاعات زیر را در اختیار داریم:

- سالن بسکتبال دو درب دارد.
- سالن D مربوط به فوتسال است.
- سالن B مربوط به کشتی نمی باشد.
- سالن های کشتی و والیبال، درب روبروی یکدیگر ندارند.

با توجه به اطلاعات فوق، در کدام گزینه، دو سالن درب های روبروی یکدیگر دارند؟

- (۱) والیبال و فوتسال (۲) بسکتبال و فوتسال (۳) کشتی و بسکتبال (۴) کشتی و فوتسال

۲۶- اگر تمام زیر مجموعه های مجموعه اعداد طبیعی غیر اول یک رقمی نوشته شود، چند بار عددی فرد نوشته خواهد شد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۲۷- در کدام یک از مسئله های زیر، می توان جای فرض و حکم را عوض کرد و باز هم مسئله درست باقی بماند؟

- (۱) در هر مستطیل، قطر ها با هم برابرند (۲) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند
(۳) در هر دوزنقه دو جفت زاویه مکمل وجود دارد (۴) در هر متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو دو به دو با هم برابرند

۲۸- با توجه به جمله «در هر مربع، ضلع ها همه با هم برابرند» کدام گزینه درست است؟

- (۱) چهارضلعی $ABCD$ مربع نیست، لذا ضلع های آن برابر نیست.
(۲) اگر ضلع های چهارضلعی $ABCD$ برابر باشد، آنگاه آن چهار ضلعی مربع است.
(۳) در چهارضلعی $ABCD$ ضلع ها برابر نیستند، لذا $ABCD$ مربع نیست.
(۴) اگر چهارضلعی $ABCD$ مربع باشد، ممکن است اضلاع آن برابر نباشند.

۲۹- در مثلث ABC نقاط E و F را به ترتیب و با فاصله یکسان از B و C روی BC انتخاب کرده ایم و $\hat{B} = \hat{C}$.

می دانیم محیط مثلث AEF با اندازه ضلع BC برابر است. اگر $\hat{AEC} = 50^\circ$ ، آن گاه اندازه \hat{BAC} برابر است با:

- (۱) 80° (۲) 100° (۳) 110° (۴) 130°

۳۰- در دوزنقه $ABCD$ ، نقطه O محل برخورد قطر ها و دو مثلث OAB و ODC متشابه هستند و نسبت تشابه دو مثلث $\frac{1}{3}$

است. اگر ارتفاع وارد بر DC در مثلث ODC برابر ۶ و ارتفاع وارد بر AB در مثلث OAB برابر ۲ و $AB = 5$ ، آن گاه مساحت

مثلث OAD کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰